

3年 5章 相似な図形 「相似な図形の活用」

1 問題と問題の意図

〈問題〉

タレスはピラミッドの高さをどのように求めたのだろうか。

〈問題の意図〉

本授業は、じっくりと生徒が取り組むことができるように2時間扱いで構成した。ピラミッドの高さを今から約2500年以上も昔に数学者タレスが棒と影のみで高さを求めたことを知り、「どのようにピラミッドの高さを求めたのだろうか」という疑問をもつことができるであろう。また、数学史を題材とした授業を通して、生徒は人類の知的文化遺産を学び、先人の思考を理解することで数学の有用性を実感できると考える。さらに、日常や社会の事象を理想化・単純化し、数学の舞台にのせて問題を解決する活動を通して、生徒自身が数学を学ぶ意義を実感し、学んだ数学を具体的な場面に適用していこうとする力を育成できると考える。

2 本時の目標

- (1時間目) ピラミッドの高さを求める活動を通して、事象を理想化・単純化し、相似な三角形を見いだすことができる。
- (2時間目) 相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。

3 授業の流れ(2時間扱い)

- (1) TVにピラミッドの画像を映しながら紹介し、その大きさについてGoogle Earthで調べる。下から眺める視点や人との大きさの比較を行う。

「約2500年前のエジプト。当時の王が目の前にある『あの巨大なクフ王のピラミッドの高さを求めよ』と言いました」

数学者タレスがピラミッドの高さを求めたことを伝え、問題を提示する。

- (2) ピラミッドの形や高さを確認し、タレスの求め方を考える。
- ①ピラミッドはどんな形か確認する
 - ②正四角錐の見取図を用いて、高さを表す部分を確認する
 - ③タレスはピラミッドの高さをどのように求めたか考える
 - ・段数を調べた
 - ・棒を使った
 - ・相似を使った
 - ・影を使った
 - など
 - ④タレスは棒を1本使って相似の考えから高さを求めたと言われていることを伝え、相似を使うためには2つの三角形が必要であることを確認する
 - ⑤課題を確認する

「高さを求めるために、相似な2つの三角形を見つけよう」

(3) 班で課題を解決する

①事象を理想化・単純化していく。段ボールで自作したピラミッドの1/500模型、太陽に見立てた照明、棒に見立てたペン(3.5 cm)を設置する(図1)

※ピラミッドの影全体は56 cm、ペンの影が7.5 cmになる位置に設定する

②実際にタレスが求めることができる部分を全体で確認する

(さしがねを立てて高さを測ったり、斜面は測ったりすることはできない等)

③4人前後の班をつくり、班ごとにホワイトボードに考えを書いていく

④相似な2つの三角形がそれぞれの高さを含む三角形である必要があることを全体で共有し、グループで思考を進める。

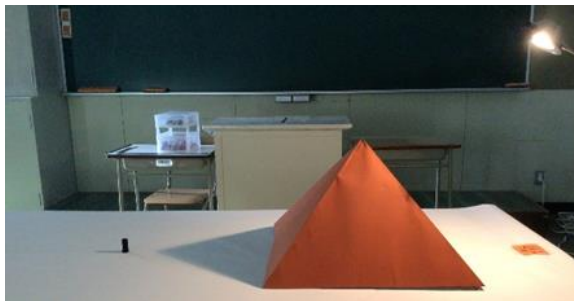


図1

〈条件の例〉

- ・ピラミッドは正四角錐とする
- ・晴れとする
- ・太陽は真南にあるとする
- ・タレスは棒を使った

(横から2つの模型をみるなど、生徒が見る視点を統一する)

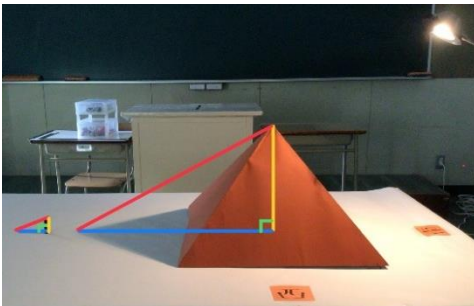


図2

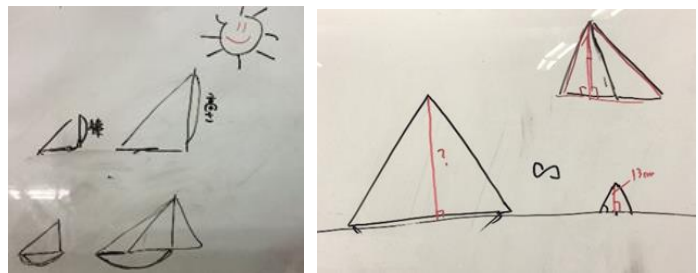


図3：相似を考えた生徒の考え

(4) つくった2つの三角形が相似といえる理由を考え、説明する(図2、3)

(赤色の線は太陽光、黄色の線は高さ、青色の線は地面)

- ・太陽光の性質(無数の線が平行に直進する、地球からはるか遠くにある等)から、3色を結ぶと、三角形がそれぞれできる
- ・太陽光は平行に直進し、高さは地面に対して垂直なので 90°
- ・平行線の同位角は等しいので、太陽光と地面が交わってできる角が等しい
- ・よって、2組の角がそれぞれ等しいので、相似であるといえる

(1時間目はここまで)

(2時間目)

- (5) 図4の赤線のように「この模型でも太陽光が平行に直進する」と仮定すると、相似であることが証明できる。ピラミッドの高さに多少の誤差は生じるがその高さを求めることは可能である。

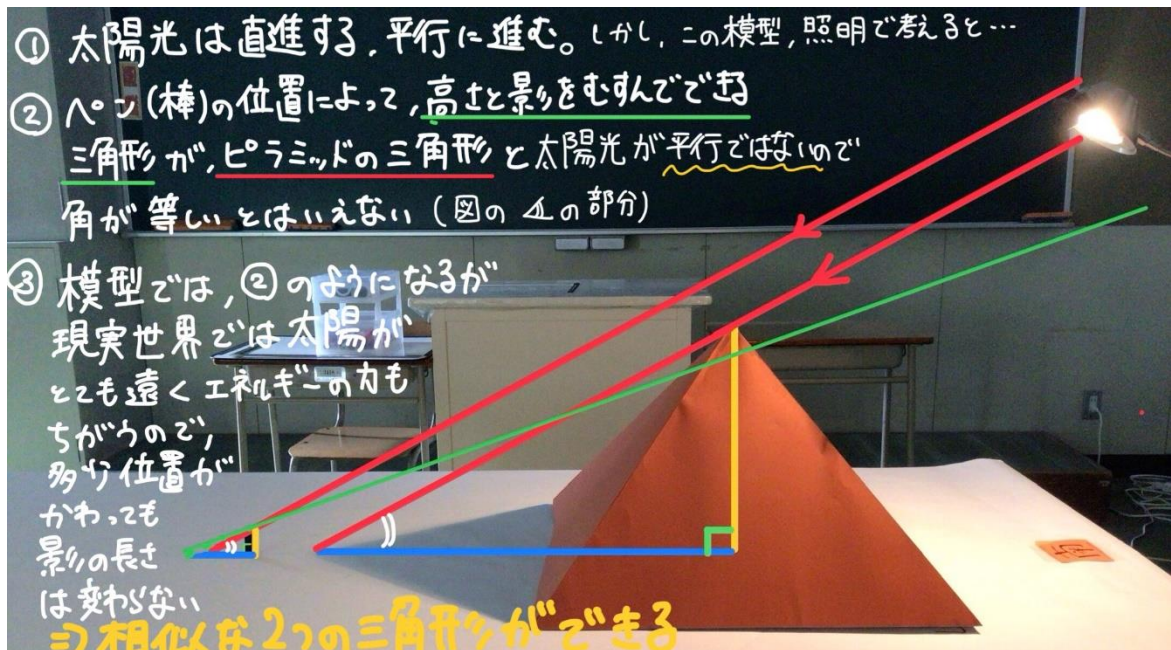


図4

- (6) 模型から長さを測定し、ピラミッドの高さを求める。

棒(ペン)は影の長さが約7.5 cmの位置に置いたとき
このピラミッドの高さ x cm とすると、それぞれ高さ と 影の長さの比は

$$7.5 : 3.5 = 56 : x$$
$$x \doteq 13000$$

よって、ピラミッドの高さは約130 m

ピラミッドの高さは現在138.74 m、当時は146.59 mであることを伝える

- (7) 求めた高さが妥当かどうかを検証し、間違っていた場合は過程を修正する。
- ・ 見つけた2つの三角形は相似といえないのではないか
 - ・ 測定が間違っていたのか
 - ・ 計算が間違っていたのか
- (8) ペンをどの位置におくと2つの三角形が相似になるか考える。(図5)
※画像のように、太陽光を定規で表すと相似になることがわかりやすくなる。

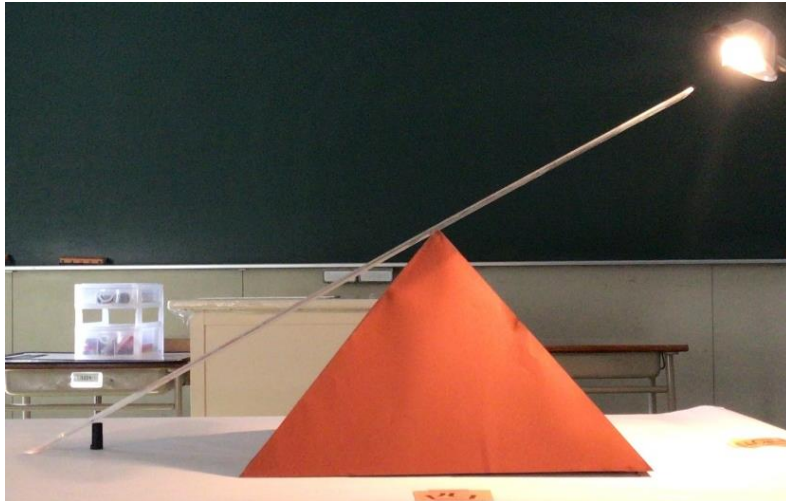


図 5

(9) 単元や本時の振り返りをノートに記述する。その内容を班の中→全体の順に交流する。

- ・ 相似な三角形をつくり、相似比を活用して長さを求められる
- ・ 直接長さを測ることが難しいものでも、相似を使えば長さを求められる
- ・ 約2500年以上も昔の人も、相似の考えを活用していて驚いた
- ・ 棒と影の長さでピラミッドの高さを求めたタレスはすごい
- ・ 自分で三角形をつくるのが難しかった
- ・ 他の物も相似を使って高さを求めてみたい

文責：由川航大（旭川市立広陵中学校） 2024. 2